

# Matemática Aplicada e iLPF: algumas considerações

R. A. de Assis, (raulassis@yahoo.com)

IMECC/UNICAMP - Doutorando em Matemática Aplicada  
UNEMAT - Universidade do Estado de Mato Grosso

Workshop iLPF - Embrapa

30 de Agosto de 2011

- 1 Modelagem Matemática e iLPF: algumas considerações
  - Métodos de Monte Carlo
  - Séries Temporais
  - Modelos Matemáticos (Mathematical Biology)
  
- 2 Algumas opiniões

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.
  - **Sorteie um valor de acordo com a distribuição**

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.
  - Sorteie um valor de acordo com a distribuição
  - **Calcule as consequências**

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.
  - Sorteie um valor de acordo com a distribuição
  - Calcule as consequências
  - Repita até ter uma distribuição para o resultado

# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.
  - Sorteie um valor de acordo com a distribuição
  - Calcule as consequências
  - Repita até ter uma distribuição para o resultado
- Teoria de filas

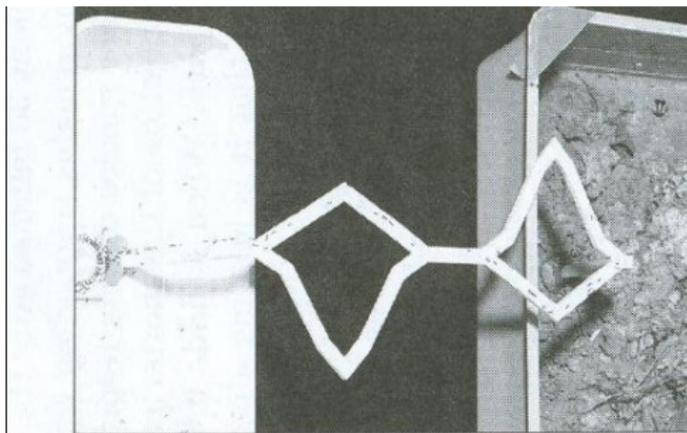
# Métodos de Monte Carlo

- Métodos e modelos baseados no conceito de *número aleatório*
  - Defina a distribuição da variável aleatória ou forneça base de dados.
  - Sorteie um valor de acordo com a distribuição
  - Calcule as consequências
  - Repita até ter uma distribuição para o resultado
- Teoria de filas
- **Sistemas biológicos**

# A ponte binária

Montagens experimentais da ponte binária.

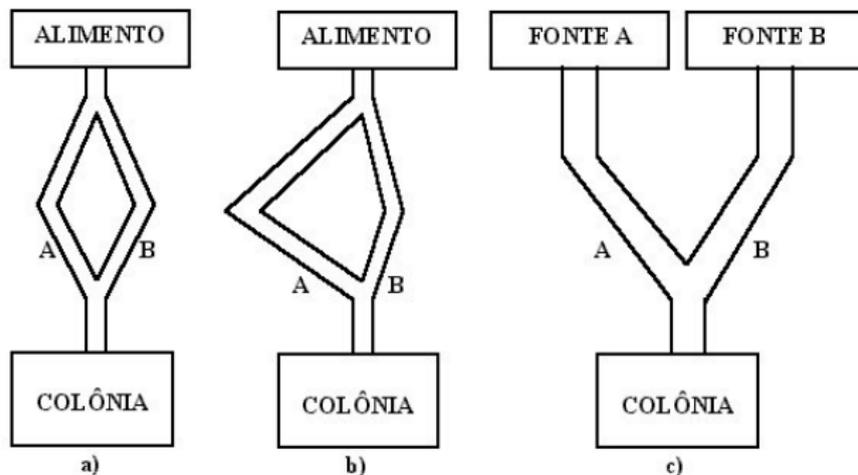
1) Foto de uma montagem experimental.



## A ponte binária

Montagens experimentais da ponte binária.

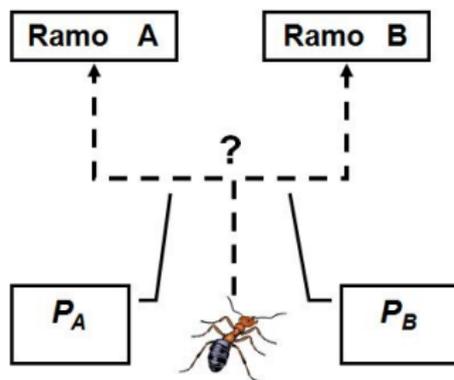
- 1) Foto de uma montagem experimental.
- 2) Montagens experimentais distintas.



# Esquema para escolha de caminho

## Modelo

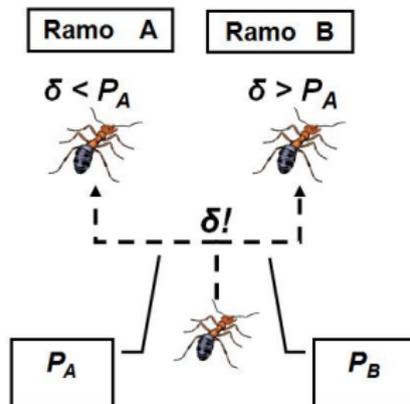
1) O indivíduo deve escolher um ramo.



# Esquema para escolha de caminho

## Modelo

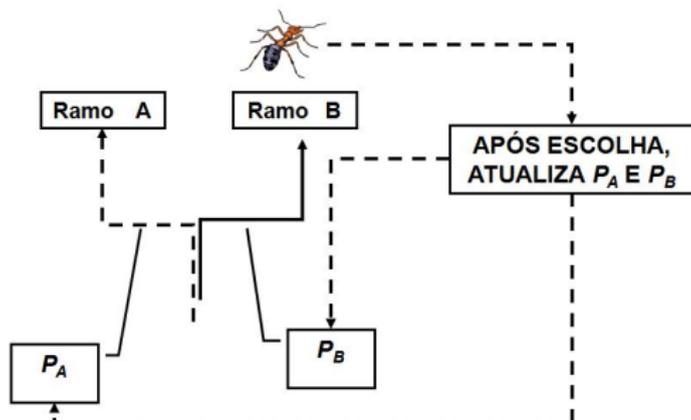
- 1) O indivíduo deve escolher um ramo.
- 2) Existe uma probabilidade de escolha de cada ramo, dependente da quantidade de feromônio.



# Esquema para escolha de caminho

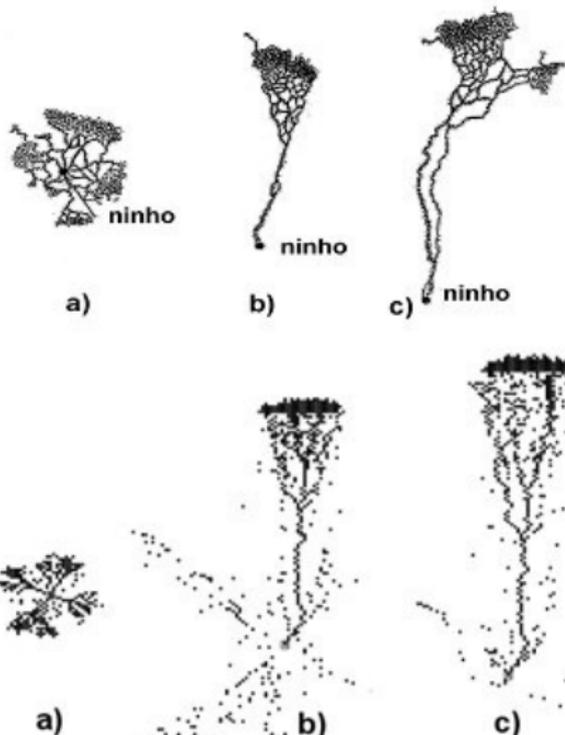
## Modelo

- 1) O indivíduo deve escolher um ramo.
- 2) Existe uma probabilidade de escolha de cada ramo, dependente da quantidade de feromônio.
- 3) O indivíduo adiciona feromônio ao ramo escolhido. O feromônio decai à uma taxa  $\theta$ .



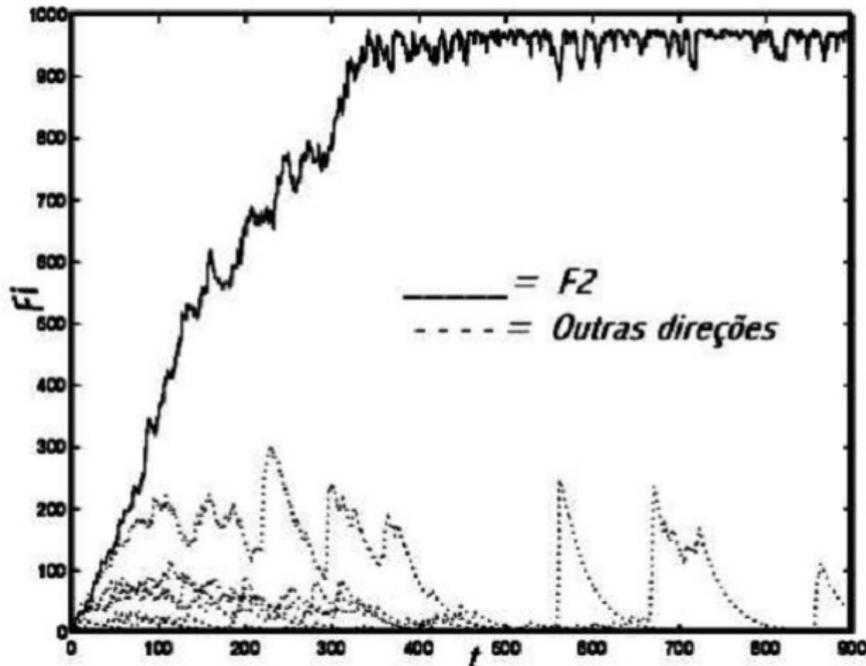
# Padrão biológico $\times$ modelo matemático

## Extensão do modelo da ponte binária



# Padrão biológico $\times$ modelo matemático

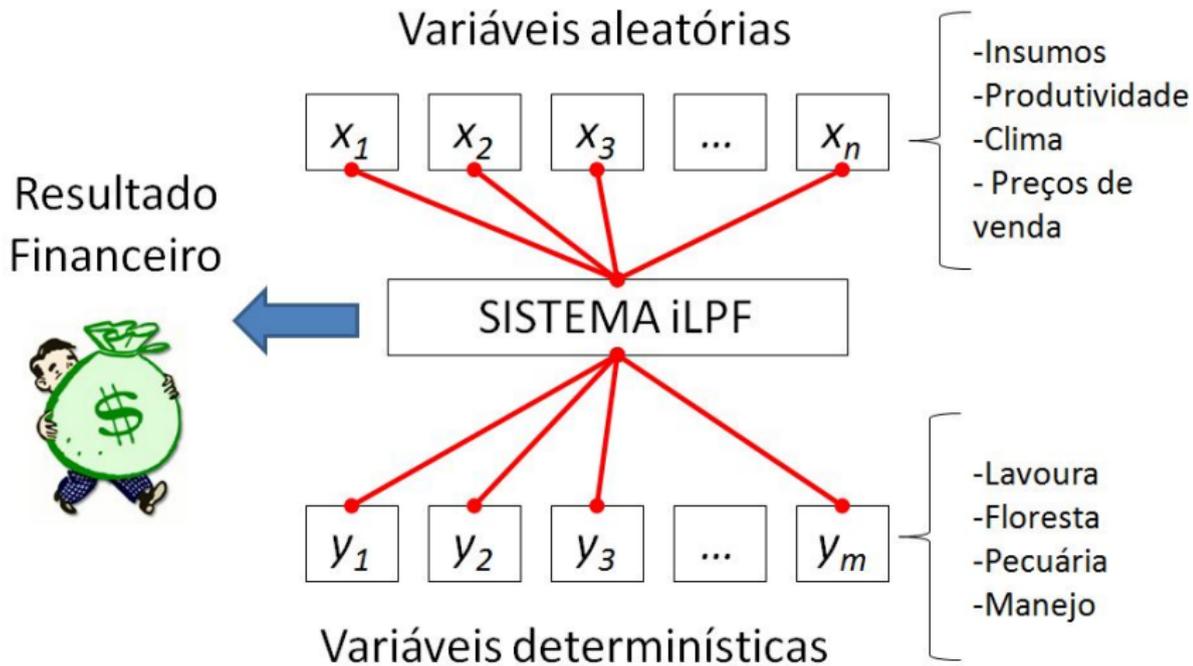
## Extensão do modelo da ponte binária



# Esquema para iLPF

O sistema iLPF é influenciado tanto por variáveis aleatórias como determinísticas.

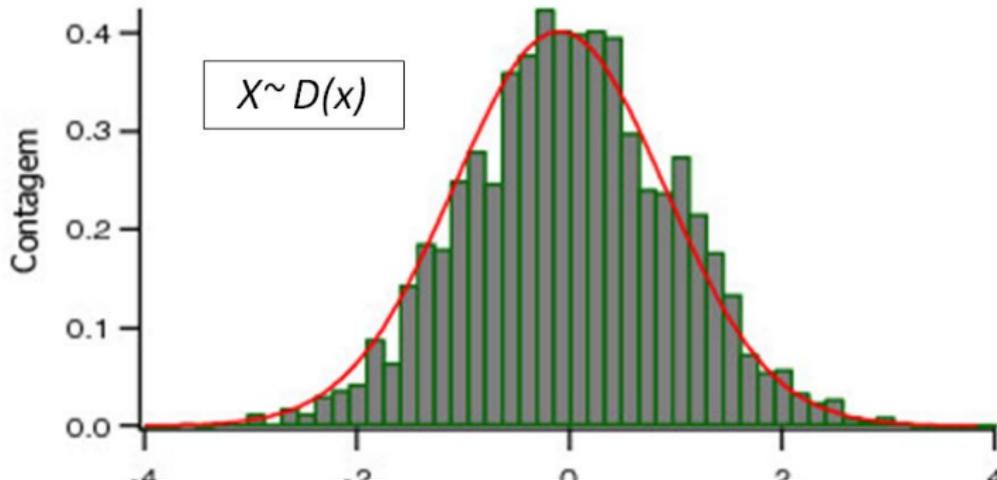
# Esquema para iLPF



# Simulação de variáveis aleatórias

## Base de dados

1) Estimativa da distribuição sobre a base de dados.



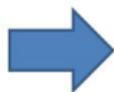
# Simulação de variáveis aleatórias

## Base de dados

- 1) Estimativa da distribuição sobre a base de dados.
- 2) Usa a própria base de dados como distribuição (+).

Número  
aleatório:

$$\delta \sim U[0,1]$$



### Observações

$p_1$

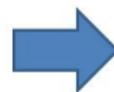
$p_2$

$p_3$

$p_4$

:

$p_k$



Variável do  
iLPF:

$x_1$

# Simulação de variáveis aleatórias

## Base de dados

- 1) Estimativa da distribuição sobre a base de dados.
- 2) Usa a própria base de dados como distribuição (+).
- 3) Especialista da área.



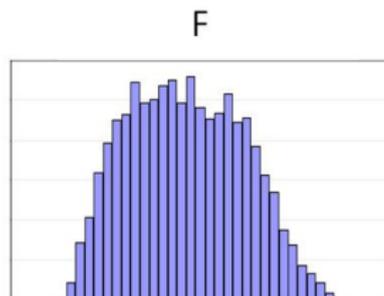
## Decidindo variáveis determinísticas

$$\$ = F(y_1, \dots, y_n)$$

- 1) Para cada configuração  $(y_1, \dots, y_m)$ ,  $F$  apresenta uma distribuição.

Configuração
$y_1$
$y_2$
$y_3$
$y_4$
:
$y_m$

Simulações  
de  
Monte Carlo



## Decidindo variáveis determinísticas

$$\mathcal{S} = F(y_1, \dots, y_n)$$

- 1) Para cada configuração  $(y_1, \dots, y_m)$ ,  $F$  apresenta uma distribuição.
- 2) Exploração do espaço de parâmetros.

### Configuração

$y_1$

$y_2$

$y_3$

$y_4$

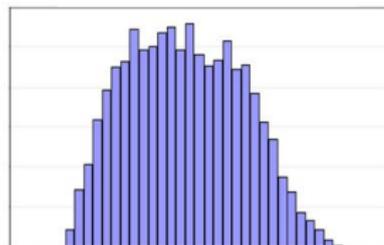
:

$y_m$



Simulações  
de  
Monte Carlo

F



## Decidindo variáveis determinísticas

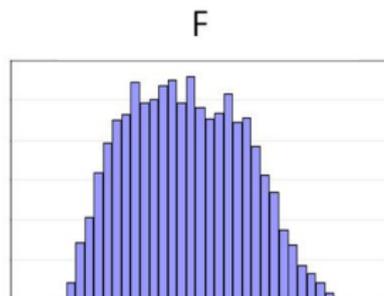
$$\$ = F(y_1, \dots, y_n)$$

- 1) Para cada configuração  $(y_1, \dots, y_m)$ ,  $F$  apresenta uma distribuição.
- 2) Exploração do espaço de parâmetros.
- 3) Ferramenta para análise econômica - especialistas.

Configuração
$y_1$
$y_2$
$y_3$
$y_4$
:
$y_m$



Simulações  
de  
Monte Carlo



# Séries Temporais

- Base de dados

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - **Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável**

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .
- Cenário "mais provável" e cenários extremos

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .
- Cenário "mais provável" e cenários extremos
- **Métodos de séries temporais**

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .
- Cenário "mais provável" e cenários extremos
- Métodos de séries temporais
  - MMS, SES, SED

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .
- Cenário "mais provável" e cenários extremos
- Métodos de séries temporais
  - MMS, SES, SED
  - Regressões

# Séries Temporais

- Base de dados
  - Cada variável aleatória faz parte de uma série temporal
  - Obtém-se uma projeção e um intervalo de confiança para cada variável
  - Dadas as variáveis determinísticas calcula-se o resultado  $F$ .
- Cenário "mais provável" e cenários extremos
- Métodos de séries temporais
  - MMS, SES, SED
  - Regressões
  - Modelos da classe ARIMA

# Projeto FAPEMAT

## Projeção de preços de produtos agrícolas

### 1) Base de dados (ESALQ-USP).

# Projeto FAPEMAT

## Projeção de preços de produtos agrícolas

- 1) Base de dados (ESALQ-USP).
- 2) Aplicar diferentes métodos e avaliar erro.

# Projeto FAPEMAT

## Projeção de preços de produtos agrícolas

- 1) Base de dados (ESALQ-USP).
- 2) Aplicar diferentes métodos e avaliar erro.
- 3) **Avaliação do MAPE.**

# Projeto FAPEMAT

## Projeção de preços de produtos agrícolas

- 1) Base de dados (ESALQ-USP).
- 2) Aplicar diferentes métodos e avaliar erro.
- 3) Avaliação do MAPE.
- 4) Avaliação dos intervalos de confiança.

# Resultados FAPEMAT

## MAPE

- Resultados por método e produto. Projeções mensais, erro percentual absoluto médio.

Produto	MMS	SES	SED	TAE	TAL	ARIMA
Algodão	0,0467	0,0487	0,0510	0,0584	0,0583	0,0496
Arroz	0,0608	0,0479	0,0510	0,0865	0,0777	0,0436
Bezerro	0,0183	0,0140	0,0157	0,0198	0,0196	0,0140
Boi Gordo	0,0319	0,0315	0,0344	0,0414	0,0407	0,0333
Milho	0,0696	0,0795	0,0868	0,0802	0,0805	0,0821
Soja	0,0618	0,0624	0,0692	0,0752	0,0754	0,0635
MEDIA	0,0482	0,0473	0,0514	0,0602	0,0587	0,0477

# Resultados FAPEMAT

Intervalos de confiança (95%).

- Resultados por método e produto.

Produto	MMS	SES	SED	TAE	TAL	ARIMA
Algodão	0,8699	0,8731	0,8879			0,8879
Arroz	0,9167	1,0000	1,0000			1,0000
Bezerro	0,8932	0,7808	0,7534			0,9176
Boi Gordo	0,8593	0,8571	0,8762			0,8857
Milho	0,8235	0,8519	0,8148			0,8148
Soja	0,8519	0,8487	0,8378			0,8889
MEDIA	0,8691	0,8686	0,8617			0,8992

# Monte Carlo × Séries temporais

## Monte Carlo

- 1) Fácil implementação.

## Séries Temporais

- 1) Domínio e escolha dos métodos de projeção.

# Monte Carlo × Séries temporais

## Monte Carlo

- 1) Fácil implementação.
- 2) Resultados na forma de distribuição.

## Séries Temporais

- 1) Domínio e escolha dos métodos de projeção.
- 2) Resultados sintéticos.

# Monte Carlo × Séries temporais

## Monte Carlo

- 1) Fácil implementação.
- 2) Resultados na forma de distribuição.
- 3) **Necessitamos de um número menor de hipóteses sobre variáveis.**

## Séries Temporais

- 1) Domínio e escolha dos métodos de projeção.
- 2) Resultados sintéticos.
- 3) **Estabelecimento de hipóteses para aplicação dos métodos.**

# Monte Carlo × Séries temporais

## Monte Carlo

- 1) Fácil implementação.
- 2) Resultados na forma de distribuição.
- 3) Necessitamos de um número menor de hipóteses sobre variáveis.
- 4) **Desempenho desconhecido.**

## Séries Temporais

- 1) Domínio e escolha dos métodos de projeção.
- 2) Resultados sintéticos.
- 3) Estabelecimento de hipóteses para aplicação dos métodos.
- 4) **Desempenho conhecido.**

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.
  - Situação extremamente controlada.

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.
  - Situação extremamente controlada.
  - Planejamento cuidadoso da coleta de dados.

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.
  - Situação extremamente controlada.
  - Planejamento cuidadoso da coleta de dados.
- Medição de parâmetros (boa compreensão do fenômeno).

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.
  - Situação extremamente controlada.
  - Planejamento cuidadoso da coleta de dados.
- Medição de parâmetros (boa compreensão do fenômeno).
- **Ajuste de parâmetros (menor grau de compreensão).**

# Modelos Quantitativos

- Modelos que têm como ponto central o estabelecimento de relações quantitativas concretas entre as variáveis estudadas.
  - Situação extremamente controlada.
  - Planejamento cuidadoso da coleta de dados.
- Medição de parâmetros (boa compreensão do fenômeno).
- Ajuste de parâmetros (menor grau de compreensão).
- **Curvas de crescimento.**

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.

## Desvantagens óbvias

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.
- 2) Dependência multidimensional.

## Desvantagens óbvias

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.
- 2) Dependência multidimensional.
- 3) Método RBF soluciona praticamente qualquer caso.

## Desvantagens óbvias

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.
- 2) Dependência multidimensional.
- 3) Método RBF soluciona praticamente qualquer caso.
- 4) Dada a configuração  $(y_1, \dots, y_m)$  (composição de solo, manejo, escolha de espécies) obtém-se resultados  $(w_1, \dots, w_k)$ , utilizamos a interpolação para estimar como seriam os resultados em uma mudança de configuração.

## Desvantagens óbvias

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.
- 2) Dependência multidimensional.
- 3) Método RBF soluciona praticamente qualquer caso.
- 4) Dada a configuração  $(y_1, \dots, y_m)$  (composição de solo, manejo, escolha de espécies) obtém-se resultados  $(w_1, \dots, w_k)$ , utilizamos a interpolação para estimar como seriam os resultados em uma mudança de configuração.

## Desvantagens óbvias

- 1) Nenhum conhecimento técnico além dos dados é incorporado na interpolação.

# Interpolação

## Situação favorável

- 1) Pouco conhecimento das relações entre as variáveis.
- 2) Dependência multidimensional.
- 3) Método RBF soluciona praticamente qualquer caso.
- 4) Dada a configuração  $(y_1, \dots, y_m)$  (composição de solo, manejo, escolha de espécies) obtém-se resultados  $(w_1, \dots, w_k)$ , utilizamos a interpolação para estimar como seriam os resultados em uma mudança de configuração.

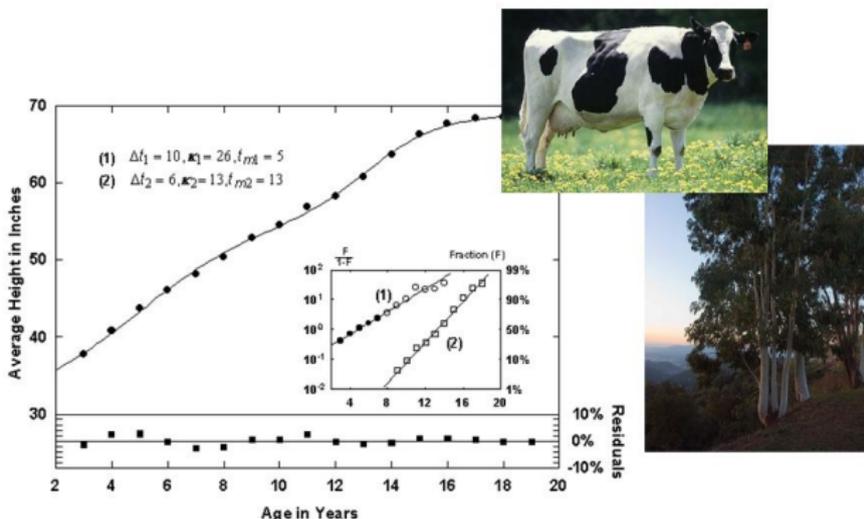
## Desvantagens óbvias

- 1) Nenhum conhecimento técnico além dos dados é incorporado na interpolação.
- 2) Margem de erros não confiáveis.

# Em resumo

## Descrições quantitativas

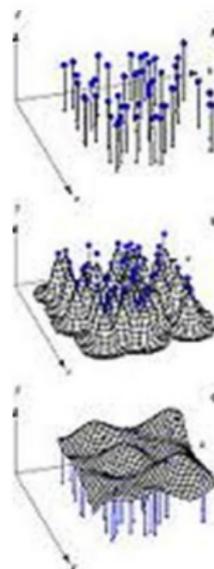
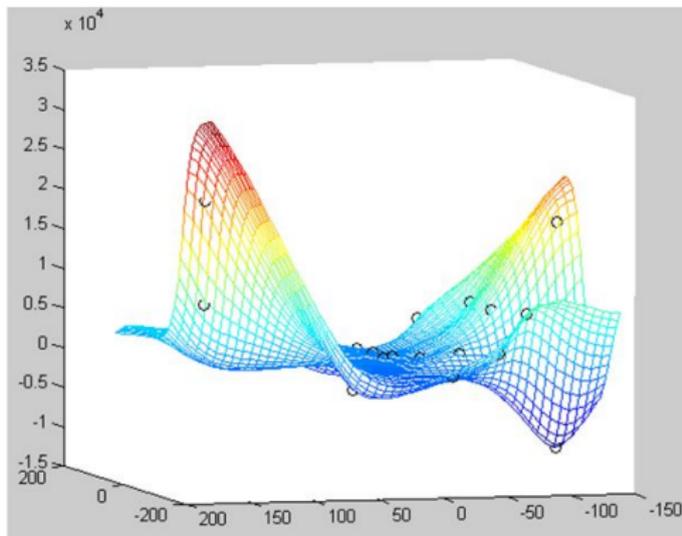
### 1) Relações bem isoladas.



## Em resumo

### Descrições quantitativas

- 1) Relações bem isoladas.
- 2) Interpolação multidimensional.



# Modelos Qualitativos

## Objetivos

- 1) Estabelecer claramente as conexões lógicas do fenômeno estudado.

# Modelos Qualitativos

## Objetivos

- 1) Estabelecer claramente as conexões lógicas do fenômeno estudado.
- 2) Obter uma versão "simplificada" da realidade, na qual seja possível realizar simulações, testar certas hipóteses e obter novas idéias a respeito do fenômeno real.

# Modelos Qualitativos

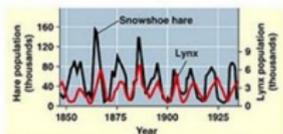
## Objetivos

- 1) Estabelecer claramente as conexões lógicas do fenômeno estudado.
- 2) Obter uma versão "simplificada" da realidade, na qual seja possível realizar simulações, testar certas hipóteses e obter novas idéias a respeito do fenômeno real.
- 3) **Direcionar pesquisa e coleta de dados.**

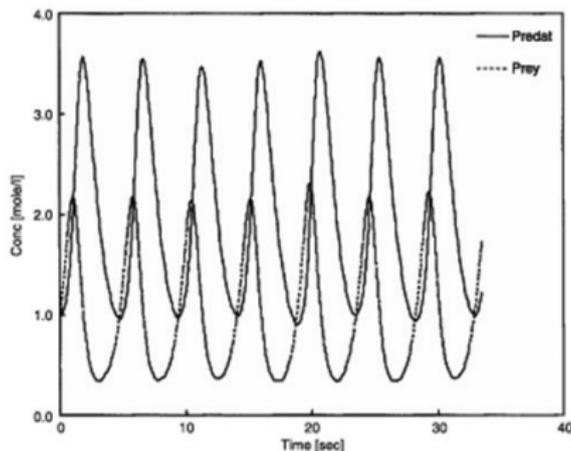
# Modelo qualitativo

## Descrição de relações

### 1) Presa-predador.



Copyright © Pearson Education, Inc., publishing as Benjamin Cummings.



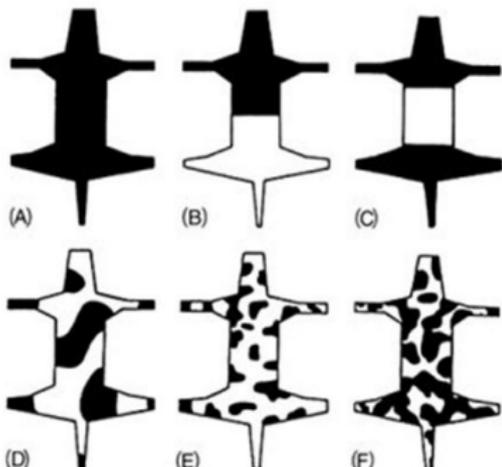
$$\frac{dp}{dt} = \beta_1 p(1 - p - h) - h[1 - (1 - p)^q]$$

$$\frac{dh}{dt} = \beta_2 h[1 - (1 - p)^q] - \delta h(1 - p)^q.$$

# Modelo qualitativo

## Descrição de relações

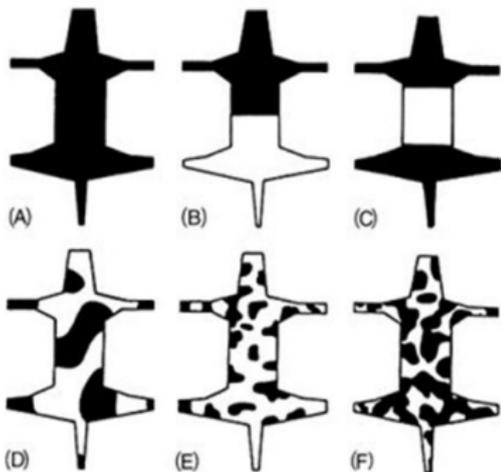
- 1) Presa-predador.
- 2) Fenômenos biológicos em geral.



# Modelo qualitativo

## Descrição de relações

- 1) Presa-predador.
- 2) Fenômenos biológicos em geral.



## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)

## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)
  - Não faz hipóteses desnecessárias sobre as variáveis.

## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)
  - Não faz hipóteses desnecessárias sobre as variáveis.
  - **Implementação simples.**

## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)
  - Não faz hipóteses desnecessárias sobre as variáveis.
  - Implementação simples.
  - Incerteza claramente ilustrada na forma de *distribuição de resultados*.

## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)
  - Não faz hipóteses desnecessárias sobre as variáveis.
  - Implementação simples.
  - Incerteza claramente ilustrada na forma de *distribuição* de resultados.
  - Métodos de projeção com desempenho fraco.

## Projeções/simulações

- Simulações de Monte Carlo sobre dados (talvez selecionados por especialistas)
  - Não faz hipóteses desnecessárias sobre as variáveis.
  - Implementação simples.
  - Incerteza claramente ilustrada na forma de *distribuição* de resultados.
  - Métodos de projeção com desempenho fraco.
- Matlab - interface amigável.

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.

## Qualitativos

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.
- 2) Interpolação alternativa quando temos dados esparsos.

## Qualitativos

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.
- 2) Interpolação alternativa quando temos dados esparsos.
- 3) Ceticismo quanto à possibilidade de descrevermos cadeias complexas e realizarmos previsões quantitativas.

## Qualitativos

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.
- 2) Interpolação alternativa quando temos dados esparsos.
- 3) Ceticismo quanto à possibilidade de descrevermos cadeias complexas e realizarmos previsões quantitativas.

## Qualitativos

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.
- 2) Interpolação alternativa quando temos dados esparsos.
- 3) Ceticismo quanto à possibilidade de descrevermos cadeias complexas e realizarmos previsões quantitativas.

## Qualitativos

- 1) Área de especialidade.

# Modelos

## Quantitativos

- 1) Descrição/planejamento do manejo de espécies/solo.
- 2) Interpolação alternativa quando temos dados esparsos.
- 3) Ceticismo quanto à possibilidade de descrevermos cadeias complexas e realizarmos previsões quantitativas.

## Qualitativos

- 1) Área de especialidade.
- 2) Foco na *compreensão dos processos*.

# Otimização

Função objetivo  $F(y_1, \dots, y_n)$

1) Dado a função objetivo, busca-se maximizar/minimizar.

# Otimização

Função objetivo  $F(y_1, \dots, y_n)$

- 1) Dado a função objetivo, busca-se maximizar/minimizar.
- 2) Algoritmos e softwares especializados.

# Otimização

Função objetivo  $F(y_1, \dots, y_n)$

- 1) Dado a função objetivo, busca-se maximizar/minimizar.
- 2) Algoritmos e softwares especializados.
- 3) Solução/indicação.

# Agradecimentos

1) À comissão organizadora do evento.

# Agradecimentos

- 1) À comissão organizadora do evento.
- 2) Aos profissionais da Embrapa e UNEMAT pelo empenho em estabelecer uma cooperação entre as instituições.